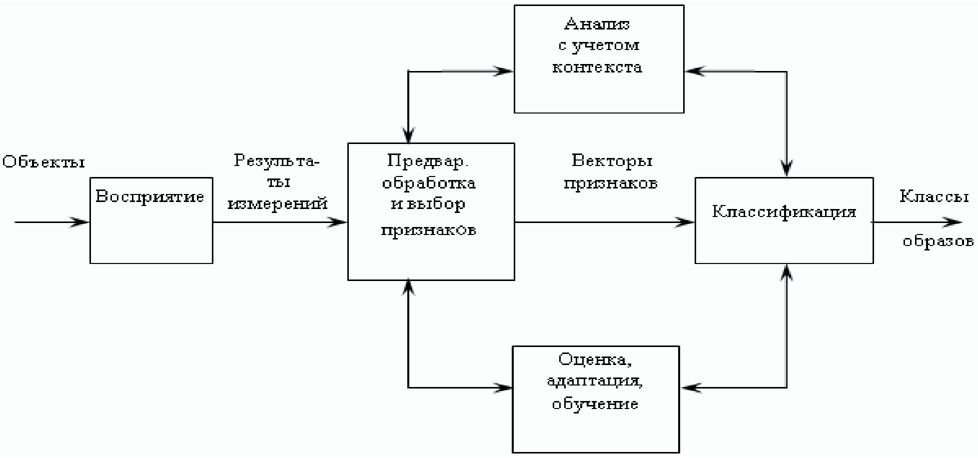


Рис. 2. Функциональная блок-схема адаптивной системы распознавания образов

Использование систем технического зрения [1] является важной частью общей системы контроля, центральное место в которых занимает идентификация объектов на изображениях при обработке информации. Систему автоматического распознавания можно представить в виде функциональной схемы (рис. 2).

На схеме представлены основные функции, выполняемые автоматической системой распознавания.

Литература

1. Форсайт Д., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный подход: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 928 с.
2. Методы компьютерной обработки изображений / Под. ред. В.А. Сойфера. –М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
4. Борковський О.В. Система технічного зору для вимірювання геометричних розмірів деталей в гнучких виробничих системах/ О.В. Борковський // Вісник Інженерної академії України. – 2007. – № 1.– С. 26–28.

УДК 004.94:004.8

# НЕЧІТКІ МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ: ПРОБЛЕМИ, АНАЛІЗ, РОЗВИТОК

**О.В. Єгорова**
Аспірант
Кафедра інформаційних технологій проектування
Черкаський державний технологічний університет
бул. Шевченко, 460 , м. Черкаси, Україна, 18006
Контактний тел.: (0472) 73-02-35, 066-443-44-68
E-mail: yegorovaov@gmail.com

***Виконано аналіз нечітких моделей управління запасами. Визначено особливості їх застосування та недоліки як елементів теорії управління запасами***

***Ключові слова: управління запасами, нечіткі моделі***

***Выполнен анализ нечетких моделей управления запасами. Определены особенности их применения и недостатки как элементов теории управления запасами***

***Ключевые слова: управления запасами, нечеткие модели***

***The analysis of fuzzy inventory model is executed. Their application singularity and disadvantages as elements of the theory of stockpile management have been defined***

***Keywords: inventory management, fuzzy inventory models***

## Вступ

Запаси – невід'ємна складова матеріальних потоків, а оптимальне управління ними – основа ефективної господарської діяльності. Єдиного універсального способу такого управління сьогодні не існує, тому питання розробки оптимізованих моделей управління запасами залишається відкритим.

Сучасне логістичне бізнес-середовище характеризується невизначеністю, відсутністю повної інформації про вхідні умови процесу просування товарів від виробника до кінцевих споживачів та впливом зовнішніх чинників. Існуючі у теорії управління запасами моделі і методи прийняття управлінських рішень, як правило, орієнтовані на детерміновані параметри і/або неповністю відповідають цілям прийняття рішень. У таких випадках особливого значення набувають нечіткі моделі управління запасами.

**Метою статті** є аналітичний огляд нечітких моделей управління запасами, узагальнення існуючих підходів до їх побудови, визначення напрямів майбутніх досліджень.

## 1. Загальні положення

Задача управління запасами полягає у визначенні моментів часу і обсягів замовлень ресурсів на поповнення запасів та розподілу надісланих замовлень по ієрархії ланок системи постачання. Сукупність правил, за якими приймаються такі рішення, називається стратегією управління запасами. Кожна стратегія управління запасами пов'язана з витратами на оформлення замовлення, придбання, транспортування, зберігання продукції, організацією її виробництва і втратами від дефіциту. Оптимальною називається така стратегія, при якій мінімізуються ці витрати [1].

Елементами задач управління запасами є: система постачання, попит на предмети постачання, можливість поповнення запасів, функції витрат, обмеження, які впливають на обсяги запасів, прийнята стратегія управління запасами.

Різні аспекти класифікації нечітких моделей управління запасами розглядалися в [2,3] (рис. 1).


Рис. 1. Нечіткі моделі управління запасами

Виконаємо аналіз вказаних нечітких моделей управління запасами, їх формалізованих постановок та особливостей застосування.

## 2. Моделі економічного обсягу замовлення

Задача визначення економічного обсягу замовлення полягає у розрахунку оптимального обсягу замовлення товарів, який дозволить мінімізувати загальні витрати, пов'язані із замовленням і зберіганням запасів.

Одну з перших однопродуктових моделей управління запасами на основі класичної моделі Харісона-Вілсона з двома нечіткими параметрами, а саме: витрати на оформлення замовлення і витрати на зберігання одиниці замовлення в одиницю часу у вигляді трапецієподібних чисел, запропонував Парк К. (Park K.S.) [4]. Для подання нечітких змінних у скалярному вигляді він розробив правила моди і медіани. Подібні моделі з різними схемами нечітких елементів із виконанням дефазифікації методами моментів, центрування, маркування відстаней, відповідно, використовуються в [5-7]. Дослідники подавали нечіткі змінні у трикутній або трапецієподібній формі. Так, нечітка модель програмування залежних ймовірностей із критерієм максимізації ймовірності величини загальних витрат, яка розв'язується за допомогою методу рою часток, має вигляд [8]:

$$\max \mathrm{Cr}\left\{\frac{H\cdot Q\cdot T}{2}+\frac{K\cdot D}{Q}\le r\right\}, \tag{1}$$

при обмеженні

$$0<Q\le D, \tag{2}$$

де $H\in(\Theta_i,P(\Theta_i),Pos_i),\ i=1,2$ – витрати на зберігання одиниці продукції в одиницю часу,

$K\in(\Theta_i,P(\Theta_i),Pos_i),\ i=1,2$ – вартість партії замовленої продукції в одиницю часу,

$r$ – річні планові витрати на обслуговування партії замовлення,

$Q$ – величина партії замовлення на поповнення запасів,

$D$ – інтенсивність попиту на продукцію протягом планового періоду,

$t$ – тривалість циклу пересування запасів,

$T$ – тривалість планового періоду.

Чимало досліджень присвячено нечітким моделям управління запасам із врахуванням дефіциту [9-10] та зворотного розподілу [11-12] товарів. Зокрема, модель з критерієм максимізації прибутку за одиницю часу, в якій передбачено повернення бракованих товарів підприємству-продавцю, є такою [11]:

$$\begin{aligned}\widetilde{T_{PU}}(Q,W)&=\left(P-I(1-\theta)+c_S\cdot\theta\right)\widetilde{D}+\\&+\left(I(1-\theta)-C-d-c_S\cdot\theta\right)\frac{\widetilde{D}}{\tilde{g}}--\frac{(H+S)\cdot x\cdot W^2}{2Q\left(x\cdot\tilde{g}-\widetilde{D}\right)}+\\&+HW-\frac{1}{2Q}\left[2K\frac{\widetilde{D}}{\tilde{g}}+H\cdot Q^2\left(\tilde{g}+\frac{2\widetilde{D}}{x\cdot\tilde{g}}-\frac{2\widetilde{D}}{x}\right)\right],\end{aligned} \tag{3}$$

де $Q$ – величина партії замовлення на поповнення запасів,

$W$ – максимально допустимий обсяг дозамовлення продукції на проміжку часу,

$\widetilde{D}=(D,D_1;\Delta_{DL},\Delta_{DR}),\ 0<\Delta_{DL}<D,\ \ 0<\Delta_{DR}$ – інтенсивність попиту на продукцію протягом планового періоду,

$P$ – ціна реалізації одиниці продукції, $I$ – ціна реалізації бракованої одиниці продукції, $\theta$ – частка вторинної сировини у бракованих товарах (%), $c_S$ – ціна реалізації вторинної сировини, $C$ – закупівельна ціна одиниці продукції, $d$ – вартість сортування одиниці продукції, $\tilde{g}=\left(g,g_1;\Delta_{gL},\Delta_{gR}\right)$, $0<\Delta_{gL}<g$, $0<\Delta_{gR}<1-g$ – частка якісних товарів від розміру партії замовлення (%), $p$ – частка бракованих товарів від розміру партії замовлення (%), $H$ – вартість зберігання одиниці продукції в одиницю часу, $S$ – втрати від дозамовлення одиниці продукції за одиницю часу, $x$ – кількість товарів, що мають бути відсортовані за одиницю часу, $K$ – вартість оформлення замовлення, $t$ – тривалість товарного циклу, $T$ – тривалість планового періоду.

Констатуючи обмеженість капіталу, трудових, матеріальних, інформаційних ресурсів особи, яка приймає рішення, побудовано моделі управління запасами з урахуванням інфляції та втрат від псування товару на кінцевому горизонті планування із затримками платежів [13], з можливістю надання товарного кредиту [14], з обмеженнями на обсяг обігових коштів, «заморожених» у запасах, місткість складу та кількість партій постачання [15], з декількома критеріями [16]. Для розв'язання останньої використано інтуїтивну нечітку оптимізаційну технологію.

Незважаючи на чисельність модифікованих моделей визначення економічного обсягу замовлення, основну частину яких складають однопродуктові моделі, їх негативним аспектом є врахування лише однієї-двох із множини властивостей логістичного бізнес-середовища.

## 3. Моделі економічного обсягу виробництва

Задача визначення економічного обсягу виробництва полягає в оптимізації розміру партії виробництва, за якого мінімізуються витрати, пов'язані з налагодженням виробництва та зберіганням запасів.

Інтерпретовані у нечіткому середовищі традиційні одно- і багатопродуктові моделі визначення оптимального розміру партії виробництва з різними схемами нечітких вхідних параметрів наведені у роботах [17,18] і [19-21], відповідно. Так, модель оптимального обсягу виробництва за критерієм мінімізації середніх витрат описується виразом [22]:

$$\min\left\{\frac{\widetilde{K}\cdot D}{Q}+\frac{\widetilde{H}\left(\lambda Q-B\right)^2}{2\lambda Q}+\frac{\tilde{S}\cdot B^2}{2\lambda Q}+c\cdot D\right\} \tag{4}$$

за умови

$$Q>0,\ B\geq 0, \tag{5}$$

де $Q$ – оптимальний обсяг виробництва продукції,

$\widetilde{D}$ – інтенсивність попиту за одиницю часу,

$\widetilde{P}$ – обсяг випуску продукції за одиницю часу,

$B$ – максимально допустимий обсяг дозамовлення продукції, $c$ – собівартість виробництва одиниці продукції,

$\widetilde{H}_i\in\left(\Theta_i,P\left(\Theta_i\right),Pos_i\right)$ – вартість зберігання одиниці продукції в одиницю часу на $i$-му циклі,

$\widetilde{S}_i\in\left(\Theta_i,P\left(\Theta_i\right),Pos_i\right)$ – вартість дозамовлення одиниці продукції за одиницю часу на $i$-му циклі,

$\widetilde{K}_i\in\left(\Theta_i,P\left(\Theta_i\right),Pos_i\right)$ – витрати на налагодження виробництва на $i$-му циклі,

$T_i$ – тривалість $i$-го виробничого циклу, $i=1,2\ldots$, $\lambda=1-D/P$. .

Сукупність моделей оптимального обсягу виробництва ґрунтується на вдосконалення їх складових елементів: оцінці швидкості псування продукції із використанням функції розподілу Вейбула [23], формуванні знижок на товари, які псуються [24], наданні товарного кредиту [25].

Практично застосовуваною є модель планування випуску продукції адаптована до виробничих систем з низьким рівнем надійності, у якій формалізовано прагнення до мінімізації витрат в одиницю часу [26]:

$$\begin{aligned}\widetilde{W}\left(t_1\right)=&-\frac{\widetilde{D}}{2}\left(2C+H\cdot t_1\right)+\\&+\frac{\lambda\left(C\cdot\widetilde{D}\cdot t_1+K\beta\right)}{\lambda t_1-\tilde{\gamma}\left(e^{-\lambda t_1}+\lambda t_1-1\right)}+\\&+\frac{\widetilde{D}\cdot H}{2\lambda\beta}\left\{\lambda t_1-\tilde{\gamma}\left(e^{-\lambda t_1}+\lambda t_1-1\right)\right\},\end{aligned} \tag{6}$$

де $T$ – тривалість планового періоду, $t_1$ – тривалість виробничого циклу,

$\widetilde{D}=\left(d_1,d_2,d_3,d_4\right)$ – щорічний попит на продукцію,

$p=\left(1/\beta\right)D$ – продуктивність праці,

$K$ – фіксовані витрати на виготовлення однієї партії продукції,

$H$ – витрати на зберігання одиниці продукції за одиницю часу,

$C$ – вартість бракованої одиниці продукції, $\tilde{\beta}=\left(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4\right)$ – константа,

$\lambda$ – параметр ймовірнісної функції

$$f_X\left(t\right)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda t},\ 0\leq t\leq t_1;\ \lambda>0,\\ 0,\ t>t_1,\end{cases},$$

що позначає час, який пройде до початку випуску бракованої продукції, $\tilde{\gamma}=\left(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4\right)$ – обсяг випуску бракованої продукції.

Відкритим залишається питання дослідження моделей економічного обсягу виробництва за різними критеріями ефективності.

## 4. Комбіновані моделі великої розмірності

Питанням координації дій між покупцем та продавцем в теорії управління запасами присвячені комбіновані моделі великої розмірності. Вони орієнтовані на формування спільної стратегії поводження покупця і продавця із запасами.

Значних результатів за кордоном досягнуто при розв'язанні задач управління запасами, які псуються [27], схильні до швидкого псування [28] або мають дефекти [29]; координації двоетапного ланцюга постачань в умовах асиметричної інформації [30]; вибору постачальника і планування закупівель [31]; управління запасами постачальника-покупця за умов обмеженого часу обробки замовлення та можливого відтермінування платежів [32]. Головну увагу наукові джерела надають адаптації детермінованих моделей управління запасами у нечіткому середовищі [33-35].

Базова стратегія управління запасами, орієнтована на одного виробника і декількох торгових посередників, які проводять консигнаційну політику, має вигляд [36]:

$$\widetilde{TC} = \widetilde{TC}_{vendor} + \widetilde{TC}_{buyer} \tag{7}$$

де

$$\widetilde{TC}_{vendor} = \frac{\widetilde{A_1}}{T} + \frac{\widetilde{H_1} \cdot T}{2P} \sum_{i=1}^{N} \frac{D_i^2}{n_i} + \frac{\widetilde{C} \cdot P}{T},$$

$$\widetilde{TC}_{buyer} = \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{n_i \widetilde{A_{2i}}}{T} + \frac{T}{2} \widetilde{H_{2i}} D_i \left( 1 - \frac{D_i}{P} + \frac{D_i}{n_i P} \right) \right),$$

$T$ – тривалість виробничого циклу,

$\widetilde{A}_1 = (A_{11}, A_{12}, A_{13})$ – витрати на виготовлення однієї партії продукції,

$\widetilde{H}_1 = (H_{11}, H_{12}, H_{13})$ – витрати виробника пов'язані із зберіганням одиниці продукції за одиницю часу,

$P$ – обсяг випуску продукції за одиницю часу, $i$ – номер окремого покупця,

$i = \overline{1, N}$, $D_i$ – попит на продукцію $i$ -го покупця за одиницю часу,

$n_i$ – кількість транспортних операцій здійснених $i$ -м покупцем протягом виробничого циклу,

$\widetilde{C} = (C_1, C_2, C_3)$ – витрати виробника на приймальний контроль,

$\widetilde{A}_{2i} = \left(\widetilde{A}_{2i_1}, \widetilde{A}_{2i_2}, \widetilde{A}_{2i_3}\right)$ – вартість замовлення $i$ -го покупця,

$\widetilde{H}_{2i} = \left(\widetilde{H}_{2i_1}, \widetilde{H}_{2i_2}, \widetilde{H}_{2i_3}\right)$ – витрати покупця на зберігання одиниці продукції за одиницю часу.

## 5. Статичні моделі управління запасами

Статична задача управління запасами (задача газетяра) полягає у визначенні розміру партії одноразового замовлення на поповнення запасів за якого мінімізуються очікувані втрати від дефіциту та зниження споживчої якості продукції. Як правило, подібні проблеми асоціюються з пресою, модним одягом, сезонними товарами, ексклюзивними виробами тощо.

Перші статичні моделі управління запасами розробив Петровік Д. (Petrovic D.) [37], який для розрахунку оптимального обсягу замовлення сформулював концепцію нечіткої множини другого рівня, методи s-фазифікації і арифметичної дефазифікації. Результатом аналогічних досліджень стали нечітка модель управління готівкою Джонсона Л. (Johnson L.) і Монтгомері Д. (Montgomery D.), модель повернення неліквідів Влачоса Д. (Vlachos D.) і Деккера Р. (Dekker R.) [38], модель з двома поставками в межах одного планового періоду [39].

Зазначимо, що попит моделюють нечітким неперервним [40] або нечітким випадковим числом [41]. Так, прагнення максимізації прибутку у гібридному середовищі подають формулою [41]:

$$\widetilde{P}\left(\widetilde{d_k}, \widetilde{D}\right) = \begin{cases} p \cdot \widetilde{d_i} - c \cdot \widetilde{d_k} - h\left(\widetilde{d_k} - \widetilde{d_i}\right), \ \widetilde{d_i} \precsim \widetilde{d_k}, \\ (p - c)\widetilde{d_k} - s\left(\widetilde{d_i} - \widetilde{d_k}\right), \widetilde{d_i} \succsim \widetilde{d_k}. \end{cases} \tag{8}$$

де $Q$ – величина партії замовлення на поповнення запасів, $\widetilde{D} = \left\{\left(\widetilde{d_1}, p_1\right), \left(\widetilde{d_2}, p_2\right), \ldots, \left(\widetilde{d_n}, p_n\right)\right\}$ – нечітка випадкова дискретна інтенсивність попиту, $c$ – закупівельна вартість одиниці продукції, $p$ – ціна реалізації одиниці продукції, $h$ – витрати на зберігання одиниці продукції, $s$ – втрати від дефіциту одиниці продукції, $\widetilde{d_i}$, $i = \overline{1, n}$ – нечітке спостереження за змінною $\widetilde{D}$, $p_i$ – ймовірність появи події $\widetilde{d_i}$ .

Дослідники констатують, що розв'язання статичних задач управління запасами вимагає використання сучасних технологій: методу нормування індексу розв'язку [42], гібридного генетичного алгоритму [43], гібридного метаевристичного методу двокритеріальної оптимізації [44] тощо.

## 6. Динамічні моделі управління запасами

В узгодженні процесів планування виробництва і зберігання продукції ключову роль відіграють динамічні моделі управління запасами.

Відомими прикладами такого підходу є оперативне управління запасами підприємства, що збирається поступово залишити ринок [45]; формування оптимальної стратегії комплексного поповнення запасів залежно від сукупності довгострокових цілей управління [46]; планування потреби у матеріалах [47]; виробниче планування та постачання з довірчими цілями, орієнтоване на підприємця, що має декілька виробничих фірм або субпідрядників [48]; нечіткі моделі Вагнера-Вітіна (Wagner-Whitin) і Сільвера-Міла (Silver-Meal) [49].

Визначають оптимальний розмір партії замовлення на поповнення запасів у динамічній моделі з міжсезонним випуском продукції із співвідношення [50]:

$$\widetilde{TC}\left(Q, \widetilde{D}\right) = \min_Q \left[ C_p Q + \mathrm{defuzz}\left(s - \mathrm{fuzz}\left(\widetilde{PC}\right)\right)\right], \tag{9}$$

де $Q$ – розмір партії замовлення на поповнення запасів, $\widetilde{D} = (D - \delta_1, D, D + \delta_2)$ – інтенсивність попиту, $C_p$ – фіксовані виробничі витрати, $\widetilde{PC} = \widetilde{OC} + \widetilde{UC}$ – збиток, $\widetilde{OC} = \widetilde{C_h} \max\left\{\left(Q - \widetilde{D}\right), 0\right\}$ – залишкова вартість, $\widetilde{C_h} = (C_h - \Delta_1, C_h, C_h + \Delta_2)$ – витрати на зберігання одиниці продукції, $\widetilde{UC} = \widetilde{C_s} \max\left\{\left(\widetilde{D} - Q\right), 0\right\}$ – втрати від дефіциту продукції, $\widetilde{C_s} = (C_s - \lambda_1, C_s, C_s + \lambda_2)$ – втрати від дефіциту одиниці продукції.

Перспективними напрямами майбутніх досліджень є вивчення ролі несиметричних, неперервних та інших типів функцій належності попиту у динамічних моделях управління запасами, залежностей між структурою попиту та періодом здійснення замовлення.

## 7. Моделі періодичного контролю стану запасів

Моделі періодичного контролю стану запасів базуються на необхідності забезпечення надходження товарів через рівні проміжки часу у замовлених обсягах.

Традиційно вони беруть свій початок з ідеї інтерпретації у нечітких умовах класичної моделі оптимального реверсу і дистрибуції продукції, яка швидко псується [51], моделі, орієнтованої на змінний термін виготовлення продукції [52] тощо. Типова модель періодичного контролю стану запасів за критерієм мінімізації загальних витрат є такою [53]:

$$\widetilde{C}(R,T)=\frac{\widetilde{A}}{T}+\widetilde{H}\left[R-DL-\frac{D\cdot T}{2}\right]+\frac{\widetilde{S}}{T}\cdot B(R,T), \qquad (10)$$

де $T$ – інтервал часу між суміжними поставками, $R$ – плановий обсяг запасів, $Q$ – розмір партії замовлення на поповнення запасів, $\widetilde{A}=(A-\delta_1,A,A+\delta_2)$ – вартість оформлення замовлення, $\widetilde{H}=(H-\Delta_1,H,H+\Delta_2)$ – щорічні витрати на зберігання одиниці запасів, $D$, $D(\alpha)=[D_L(\alpha),D_U(\alpha)]$ – щорічний попит на продукцію, $\widetilde{S}=(S-\lambda_1,S,S+\lambda_2)$ – витрати, пов'язані з дефіцитом продукції, $B(R,T)=E(D_{L+T}-R)^+=\int_R^\infty (x-R)f(x)dx$ – очікуваний дефіцит продукції на кінець товарного циклу, $x$ – визначений час виконання замовлення на поповнення запасів плюс один період попиту.

Оптимальну стратегію управління запасами на основі багатокритеріальної моделі у якій нечіткими параметрами є попит на продукцію за час постачання замовлення, витрати на оформлення замовлення на поповнення запасів, витрати на зберігання запасів і втрати від дефіциту, сформульовано в [54].

## 8. Моделі неперервного контролю стану запасу

Моделі неперервного контролю стану запасів передбачають розміщення замовлення ресурсів у кількості запасів, коли їх рівень досягає точки замовлення. Зокрема, визначення оптимального обсягу замовлення ресурсів на поповнення запасів та моменту розміщення замовлення з метою мінімізації загальних витрат [53]:

$$\widetilde{C}(Q,r)=\frac{\widetilde{A}\cdot D}{Q}+\widetilde{H}\left[\frac{Q}{2}+r-\mu\right]+\frac{\widetilde{S}\cdot D}{T}\cdot B(r), \qquad (11)$$

де $Q$ – розмір партії замовлення на поповнення запасів, $r$ – момент розміщення замовлення на поповнення запасів, $\widetilde{A}=(A-\delta_1,A,A+\delta_2)$ – вартість оформлення замовлення, $D$, $D(\alpha)=[D_L(\alpha),D_U(\alpha)]$ – щорічний попит на продукцію, $\widetilde{H}=(H-\Delta_1,H,H+\Delta_2)$ – щорічні витрати на зберігання одиниці запасів, $\widetilde{S}=(S-\lambda_1,S,S+\lambda_2)$ – витрати пов'язані із дефіцитом продукції, $T$ – інтервал часу між суміжними поставками, $B(r)=E(D_L-r)^+=\int_R^\infty (x-r)f(x)dx$ – очікуваний дефіцит продукції на кінець товарного циклу, $x$ – визначений час виконання замовлення на поповнення запасів плюс один період попиту.

До цього класу моделей, наведених у сучасній науковій літературі, відносяться адаптовані у нечіткому середовищі традиційні моделі неперервного контролю стану запасів [55-57], методологія підтримки прийняття рішень для визначення оптимального обсягу замовлення та моменту подачі замовлення на поповнення запасів [58], стохастичні (Q,r) і (R,T) моделі управління запасами з дозамовленнями та врахуванням втраченого збуту [59], (Q, r) моделі управління запасами з кількісною оцінкою ставлення особи, яка приймає рішення, до ризику вичерпання запасів протягом періоду поповнення [60], модель ланцюжка поставок з неточним попитом, часом виконання замовлення на поповнення запасів і витратами на зберігання ресурсів [61], багатокритеріальна модель контролю стану запасів з нечітко-ймовірними обмеженнями [62].

## 9. Одно- і багатопродуктові моделі управління запасами

Однопродуктова модель управління запасами – це модель управління запасами у якій число номенклатур дорівнює одиниці. У багатопродуктовій моделі число номенклатур відповідно більше одиниці, а оптимальна стратегія визначається не для окремого товару (або групи товарів), а усієї сукупності номенклатур.

Упускаючи однономенклатурні моделі управління запасами, найбільш значимими багатопродуктовими моделями, наведеними у наукових джерелах, є стратегія розміщення замовлення двох комплементарних товарів в умовах, коли ціни на продукцію та розмір партії замовлення на поповнення запасів є нечіткими величинами [63], модель визначення обсягу викладки продукції у торгівельному залі та розміру партії замовлення на поповнення запасів з максимізацією середнього прибутку [64], модель управління сипучими запасами, які зберігаються у двох приміщеннях, з урахуванням інфляції та вартості грошей у часі [65], модель з обмеженнями на місткість складських приміщень, вартість запасів і втрати від дефіциту [66]:

$$TC(\tilde{p},Q,M)=$$
$$=\sum_{i=1}^{n}\left[A_i\tilde{p}_i^{1-\beta_i}+\frac{A_iS_i}{Q_i}\tilde{p}_i^{-\beta_i}+\frac{H_i(Q_i-M_i)^2}{2Q_i}+\frac{m_iM_i^2}{2Q_i}\right]\le k \qquad (12)$$

за умов

$$\sum_{i=1}^{n}w_iQ_i\le W,\ \ \sum_{i=1}^{n}\tilde{p}_iA_iQ_i\le B,\ \ \sum_{i=1}^{n}\tilde{p}_i^{1-\beta_i}A_iQ_i^{-1}\le k, \qquad (13)$$

де $n$ – довільна кількість видів або номенклатур продукції, $i$ – номер окремого виду продукції $i=\overline{1,n}$, $k$ – кількість замовлень на поповнення запасів, $W$ – площа наявних у магазині полиць для викладки продукції, $B$ – загальні початкові витрати, $D_i=D_i(p_i)=A_i/p_i^{\beta_i}=A_ip_i^{-\beta_i}$ – щорічний попит на $i$-ту продукцію, $A_i(>0)$ константа, $\beta_i(0<\beta_i<1)$ – дійсне число, обране для визначення найкращої наближеної оцінки функції ціни, $Q_i$ – розмір партії замовлення на поповнення запасів $i$-го виду продукції у загальній партії постачання, $M_i$ – очікуваний дефіцит $i$-ї продукції, $S_i$ – накладні витрати за один товарний цикл, $H_i$ – витрати на зберігання одиниці запасів $i$-го виду продукції, $m_i$ – втрати від дефіциту одиниці $i$-ї продукції, $p_i$ – закупівельна ціна одиниці $i$-ї продукції, $w_i$ – площа відведена для зберігання одиниці $i$-ї продукції, $T_i$ – інтервал часу між суміжними поставками, $t_{1i}$ – проміжок часу наявності запасів i -го виду продукції, $t_{2i}$ – проміжок часу дефіциту i -го виду продукції.

Розв'язання багатопродуктових моделей управління запасами є складним нетривіальним процесом, який вимагає застосування генетичних алгоритмів [15], нечіткого моделювання, нечіткого нелінійного програмування [2] тощо.

## Висновок

Проаналізовано нечіткі моделі управління запасами. Визначено особливості їх застосування та недоліки як елементів теорії управління запасами.

Встановлено, що більшість нечітких моделей управління запасами орієнтовані на один вид продукції.

Вчені схильні вважати нечіткими змінними інтенсивність попиту, витрати на придбання, оформлення і зберігання продукції, втрати від дефіциту.

Наведені у наукових джерелах нечіткі моделі управління запасами віддалено відображають реальність, погано структуровані і не повністю відповідають потребам осіб, які приймають рішення.

Перспективними напрямами майбутніх досліджень є вивчення ролі несиметричних, неперервних та інших типів функцій належності змінних, залежностей між ними, модернізація критеріїв оптимальності моделей, системне врахування властивостей логістичного бізнес-середовища.

Література


1. Карагодова, О. О. Дослідження операцій [Текст] : навч. посібник / О. О. Карагодова, В. Р. Кігель, В. Д. Рожок. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 256 с.
2. Jaber, M. Y. Inventory management: non-classical view [Text] / M. Y. Jaber. – Boca Raton : CRC Press Taylor Francis Group, 2009. – 228 p.
3. Mula, J. Models for production planning under uncertainty: A review [Text]/ J. Mula, R. Poler, J. P. Garcia-Sabater, F. C. Lario // International Journal of Production Economics. – 2006. – Vol. 103. – P. 271–285.
4. Park, K. S. Fuzzy set theoretic interpretation of economic order quantity [Text] / K. S. Park // IEEE Transactions on, Systems, Man and Cybernetics. – 1987. – Vol. 17, № 6. – P. 1082–1084.
5. Vujosevic, M. EOQ formula when inventory cost is fuzzy [Text] / M. Vujosevic, D. Petrovic, R. Petrovic // International Journal of Production Economics. – 1996. – Vol. 45, № 1/3. – P. 499–504.
6. Lee, H.-M. Economic order quantity in fuzzy sense for inventory without backorder model [Text] / H.-M. Lee, J.-S. Yao // Fuzzy Sets and Systems. – 1999. – Vol. 105, № 1. – P. 13–31.
7. Yao, J.-S. Inventory without backorder with fuzzy total cost and fuzzy storing cost defuzzified by centroid and signed distance [Text] / J.-S. Yao, J. Chiang // European Journal of Operational Research. – 2003. – Vol. 148, № 2. – P. 401–409.
8. Wang, X. Fuzzy economic order quantity inventory models without backordering [Text] / X. Wang, W. Tang, R. Zhao // Tsinghua Science And Technology. – 2007. – Vol. 12, № 1. – P. 91–96.
9. Yao, J.-S. Fuzzy inventory with or without backorder for fuzzy order quantity with trapezoid fuzzy number [Text] / J.-S. Yao, H.-M. Lee // Fuzzy Sets and Systems. – 1999. – Vol. 105, № 3. – P. 311–337.
10. Wu, K. Fuzzy inventory with backorder for fuzzy order quantity and fuzzy shortage quantity [Text] / K. Wu, J.-S. Yao // European Journal of Operational Research. – 2003. – Vol. 150, № 2. – P. 320–352.
11. Hu, J. Fuzzy economic order quantity model with imperfect quality and service level [Text] / J. Hu, C. Guo, R. Xu, Y. Ji // Control and Decision Conference (CCDC), 26-28 May 2010, Xuzhou. – Singapore : IEEE Industrial Electronics (IE) Chapter, 2010. – P. 4042–4047.
12. Umap, H. P. Fuzzy EOQ model for deteriorating items with two warehouses [Text] / H. P. Umap // Journal of Statistics and Mathematics. – 2010. – Vol. 1, № 2. – P. 01–06.
13. De, S. K. An EOQ model with fuzzy inflation rate and fuzzy deterioration rate when a delay in payment is permissible [Text] / S. K. De, A. Goswami // International Journal of Systems Science. – 2006. – Vol. 37, № 5. – P. 323–335.
14. Shaha, N. H. EOQ in fuzzy environment and trade credit [Text] / N. H. Shaha, S. Pareekb, I. Sangalb // International Journal of Industrial Engineering Computations. – 2012. – Vol. 3. – P. 133–144.
15. Mondal, S. Multi-item fuzzy EOQ models using genetic algorithm [Text] / S. Mondal, M. Maiti // Computers & Industrial Engineering. – 2002. – Vol. 44, № 1. – P. 105–117.
16. Chakrabortty, S. Intuitionistic fuzzy optimization technique for the solution of an EOQ model [Text] / S. Chakrabortty, M. Pal, P. K. Nayak // Notes on Intuionistic Fuzzy Sets. – 2011. – Vol. 17, № 2. – P. 52–64.
17. Lee, H.-M. Economic production quantity for fuzzy demand quantity and fuzzy production quantity [Text] / H.-M. Lee, J.-S. Yao // European Journal of Operational Research. – 1998. – Vol. 109, № 1. – P. 203–211.
18. Hsieh, C. H. Optimization of fuzzy production inventory models [Text] / C. H. Hsieh //Information Sciences. – 2002. – Vol. 146, № 1/4. – P. 29–40.
19. Pappis, C. P. Lot size scheduling using fuzzy numbers [Text] / C. P. Pappis, N. I. Karacapilidis //Informational Transactions in Operational Research. – 1995. – Vol. 2, № 2. – P. 205–212.

20. Mandal, N. K. Multi-item imperfect production lot size model with hybrid number cost parameters [Text] / N. K. Mandal, T. K. Roy //Applied Mathematics and Computation. – 2006. – Vol. 82, № 2. – P. 1219–1230.
21. Panda, D. A single period inventory model with imperfect production and stochastic demand under chance and imprecise constraints [Text] / D. Panda, S. Kar, K. Maity, M. Maiti //European Journal of Operational Research. – 2008. – Vol. 188, № 1. – P. 121–139.
22. Wang, X. Fuzzy EPQ inventory models with backorder [Text] / X. Wang, W. Tang // Journal of Systems Science and Complexity. – 2009. – Vol. 22. – P. 313–323.
23. Sarkar, S. An EPQ model with two-component demand under fuzzy environment and Weibull distribution deterioration with shortages [Text] / S. Sarkar, T. Chakrabarti // Advances in Operations Research. – 2012. – Vol. 2012. – P. 1–22.
24. Chen, S. H. Fuzzy economic production quantity model for items with imperfect quality [Text] / S. H. Chen, C.-C. Wang, S. M. Chang // International Journal of Innovative Computing, Information and Control. – 2007. – Vol. 3, № 1. – P. 85–95.
25. Mahata, G. Ch. The optimal cycle time for EPQ inventory model of deteriorating items under trade credit financing in the fuzzy sense [Text] / G. Ch. Mahata, A. Goswami // International Journal of Operations Research. – 2010. – Vol. 7, № 1. – P. 26–40.
26. Halima, K. A. Fuzzy production planning models for an unreliable production system with fuzzy production rate and stochastic/fuzzy demand rate [Text] / K. A. Halima, B. C. Giria, K. S. Chaudhuri // International Journal of Industrial Engineering Computations. – 2011. – Vol. 2. – P. 179–192.
27. Das, K. Buyer-seller fuzzy inventory model for a deteriorating item with discount [Text] / K. Das, T. K. Roy, M. Maiti // International Journal of Systems Science. – 2004. – Vol. 35, № 8. – P. 457–466.
28. Ouyang, L.-Y. Analysis of optimal vendor–buyer integrated inventory policy involving defective items [Text] / L.-Y. Ouyang, K.-S. Wu, C.-H. Ho // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2006. – Vol. 29, № 11/12. – P. 1232–1245.
29. Singh, Ch. An integrated supply chain model for the perishable items with fuzzy production rate and fuzzy demand rate [Text] / Ch. Singh, S. R. Singh // Yugoslav Journal of Operations Research. – 2011. – Vol. 21, № 1. – P. 47–64.
30. Sucky, E. A bargaining model with asymmetric information for a single suppliersingle buyer problem [Text] / E. Sucky // European Journal of Operational Research. – 2006. – Vol. 171, № 2. – P. 516–535.
31. Maghool, E. A fuzzy based mathematical model for vendor selection and procurement planning with multiple discounts in the presence of supply uncertainty [Text] / E. Maghool, J. Razmi // Journal of Industrial and Systems Engineering. – 2010. – Vol. 4, № 2. – P. 125–151.
32. Ritha, W. Optimization of fuzzy integrated vendor-buyer inventory models [Text] / W. Ritha, R. Kalaiarasi, Y. B. Jun // Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics. – 2011. – Vol. 2, № 2. – P. 239–257.
33. Mahata, G. C. A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor in fuzzy sense [Text] / G. C. Mahata, A. Goswami, D. K. Gupta // Computers and Mathematics with Applications. – 2005. – Vol. 50, № 10/20. – P. 1767–1790.
34. Yang, M. F. Optimal strategy for the integrated buyer-vendor model fuzzy annual demand and fuzzy adjustable production rate [Text] / M. F. Yang // Journal of Applied Sciences. – 2007. – Vol. 7, № 7. – P. 1025–1029.
35. Sinha, S. An application of fuzzy set theory for supply chain coordination [Text] / S. Sinha, S. P. Sarmah // International Journal of Management Science and Engineering Management. – 2008. – Vol. 3, № 1. – P. 19–32.
36. Gani, A. N. A Fuzzy approach on vendor managed inventory policy [Text] / A. N. Gani, S. Maheswari // International Journal of Contemporary Mathematical Sciences. – 2011. – Vol. 6, № 35. – P. 1733–1747.
37. Petrovic, D. Fuzzy models for the newsboy problem [Text] / D. Petrovic, R. Petrovic, M. Vujosevic // International Journal of Production Economics. – 1996. – Vol. 45, № 1/3. – P. 435–441.
38. Dey, O. A single-period inventory problem with resalable returns: A fuzzy stochastic approach [Text] / O. Dey, D. Chakraborty // International Journal of Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2008. – Vol. 1, № 1. – P. 8–15.
39. Dutta, P. An inventory model for single-period products with reordering opportunities under fuzzy demand [Text] / P. Dutta, D. Chakraborty, A. R. Roy // Computers & Mathematics with Applications. – 2007. – Vol. 53, № 10. – P. 1502–1517.
40. Li, L. Fuzzy models for single-period inventory problem [Text] / L. Li, S. N. Kabadi, K. P. K. Nair // Fuzzy Sets and Systems. – 2002. – Vol. 132, № 3. – P. 273–289.
41. Nagare, M. On solving single-period inventory model under hybrid uncertainty [Text] / M. Nagare, P. Dutta // World Academy of Science, Engineering and Technology. – 2012. – Vol. 64. – P. 933–938.
42. Kao, C. A single period inventory model with fuzzy demand [Text] / C. Kao, W.-K. Hsu // Computers and Mathematics with Applications. – 2002. – Vol. 43, № 6/7. – P. 841–848.
43. Shao, Z. Fuzzy multiproduct constraint newsboy problem [Text] / Z. Shao, X. Ji // Applied Mathematics and Computation. – 2006. – Vol. 180, № 1. – P. 7–15.
44. Taleizadeh, A. A. A hybrid meta-heuristic method to optimize bi-objective single. period newsboy problem with fuzzy cost and incremental discount [Text] / A. A. Taleizadeh, S. T. A. Niaki // Journal of Industrial Engineering. – 2009. – Vol. 3. – P. 1–13.
45. Sommer, G. Fuzzy inventory scheduling [Text] // Applied systems and cyber neics : Proceedings of the International Congress on applied systems research and cybernetics. Systems concepts, models and methodology. Vol. VI / edited : G. Lasker. – New York: Pergamon Press, 1981. – P. 3052–3060.

46. Kacprzyk, J. Long term inventory policy-making through fuzzy decision making [Text] / J. Kacprzyk, P. Staniewski // Fuzzy Sets and Systems. – 1982. – Vol. 8. – P. 117–132.
47. Mula, J. Material requirement planning with fuzzy constraints and fuzzy coefficients [Text] / J. Mula, R. Poler, J. P. Garcia-Sabater // Fuzzy Sets and Systems. – 2007. – Vol. 158, № 7. – P. 783–793.
48. Lan, Y. An approximation-based approach for fuzzy multi-period production planning problem with credibility objective [Text] / Y. Lan, Y. Liu, G. Sun // Applied Mathematical Modelling. – 2010. – Vol. 34, № 11. – P. 3202–3215.
49. Lee, Y. Y. A comparative study of three lot-sizing methods for the case of fuzzy demand [Text] / Y. Y. Lee, B. A. Kramer, C. L. Hwang // International Journal of Operations & Production Management. – 1991. – Vol. 11, № 7. – P. 72–80.
50. Behret, H. A multi-period newsvendor problem with pre-season extension under fuzzy demand [Text] / H. Behret, C. Kahraman // Journal of Business Economics and Management. – 2010. – Vol. 11, № 4. – P. 613–629.
51. Katagiri, H. Fuzzy inventory problems for perishable commodities [Text] / H. Katagiri, H. Ishii // European Journal of Operational Research. – 2002. – Vol. 138, № 3. – P. 545–553.
52. Lin, Y.-J. A periodic review inventory model involving fuzzy expected demand short and fuzzy backorder rate [Text] / Y.-J. Lin // Computers & Industrial Engineering. – 2008. – Vol. 54, № 3. – P. 666–676.
53. Sadi-Nezhada, S. Periodic and continuous inventory models in the presence of fuzzy costs [Text] / S. Sadi-Nezhada, Sh. M. Nahavandia, J. Nazemia // International Journal of Industrial Engineering Computations. – 2011. – Vol. 2. – P. 167–178.
54. Dey, J.-K. An interactive method for inventory control with fuzzy lead-time and dynamic demand [Text] / J.-K. Dey, S. Kar, M. Maiti // European Journal of Operational Research. – 2005. – Vol. 167, № 2. – P. 381–397.
55. Gen, M. An application of fuzzy set theory to inventory control models [Text] / M. Gen, Y. Tsujimura, D. Zheng // Compuers & Industrial Engineering. – 1997. – Vol. 33, № 3/4. – P. 553–556.
56. Pai, P.-F. Continuous review reorder point problems in a fuzzy environment [Text] / P.-F. Pai, M.-M. Hsu // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2003. – Vol. 22, № 5/6. – P. 436–440.
57. Chang, H.-C. Fuzzy mixture inventory model involving fuzzy random variable
lead time demand and fuzzy total demand [Text] / H.-C. Chang, J.-S. Yao, L.-Y. Ouyang // European Journal of Operational Research. – 2006. – Vol. 169, № 1. – P. 65–80.
58. Tutuncu, G. Y. Continuous review inventory control in the presence of fuzzy costs [Text] / G. Y. Tutuncu, O. Akoz, A. Apaydin, D. Petrovic // International Journal of Production Economics. – 2008. – Vol. 113, № 2. – P. 775–784.
59. Vijayan, T. Inventory models with a mixture of backorders and lost sales under fuzzy cost [Text] / T. Vijayan, M. Kumaran // European Journal of Operational Research. – 2008. – Vol. 189, № 1. – P. 105–119.
60. Handfield, R. Inventory policies in a fuzzy uncertain supply chain environment [Text] / R. Handfield, D. Warsing, X. Wu // European Journal of Operational Research. – 2009. – Vol. 197, № 2. – P. 609–619.
61. Thangam, A. Modeling of a continuous review supply chain in an uncertain environment [Text] / A. Thangam, R. Uthayakumar // International Journal of Information and Management Sciences. – 2009. – Vol. 20, № 1. – P. 137–159.
62. Nayebi, M. A. Fuzzy-chance constrained multi-objective. Programming applications for inventory control model [Text] / M. A. Nayebi, M. Sharifi, M. R. Shahriari, O. Zarabadipour // Applied Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 6, № 5. – P. 209–228.
63. Yao, J.-S. Models for a fuzzy inventory of two replaceable merchandises without backorder based on the signed distance of fuzzy sets [Text] / J.-S. Yao, L.-Y. Ouyang, H.-C. Chang // European Journal of Operational Research. – 2003. – Vol. 150, № 3. – P. 601–616.
64. Mandal, N. K. A displayed inventory model with L-R fuzzy number [Text] / N. K. Mandal, T. K. Roy // Fuzzy Optimization and Decision Making. – 2006. – Vol. 5, № 3. – P. 227–243.
65. Maiti, M. K. Fuzzy inventory model with two warehouses under possibility measure on fuzzy goal [Text] / M. K. Maiti // European Journal of Operational Research. – 2008. – Vol. 188, № 3. – P. 746–774.
66. Kasthuri, R. Multi-item fuzzy inventory model involving three constraints: A Karush-Kuhn-Tucker conditions approach [Text] / R. Kasthuri, P. Vasanthi, S. Ranganayaki, C. V. Seshaiah // American Journal of Operations Research. – 2011. – Vol. 1. – P. 155–159.